



# Vestibular de Inverno 2015

## Prova 3 – Matemática

### QUESTÕES OBJETIVAS

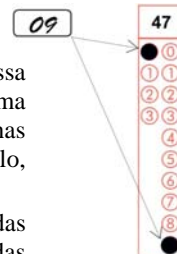
Nº DE ORDEM:

Nº DE INSCRIÇÃO:

NOME DO CANDIDATO:

### INSTRUÇÕES PARA A REALIZAÇÃO DA PROVA

- Confira os campos Nº DE ORDEM, Nº DE INSCRIÇÃO e NOME, que constam na etiqueta fixada em sua carteira.
- Confira se o número do gabarito deste caderno corresponde ao número constante na etiqueta fixada em sua carteira. Se houver divergência, avise imediatamente o fiscal.
- É proibido folhear o Caderno de Questões antes do sinal, às 9 horas.**
- Após o sinal, confira se este caderno contém 40 questões objetivas e/ou qualquer tipo de defeito. Qualquer problema, avise imediatamente o fiscal.
- Durante a realização da prova, é proibido o uso de dicionário, de calculadora eletrônica, bem como o uso de boné, de óculos de sol, de gorro, de turbante ou similares, de relógio, de celulares, de bips, de aparelhos de surdez, de MP3 *player* ou de aparelhos similares. É proibida ainda a consulta a qualquer material adicional.
- A comunicação ou o trânsito de qualquer material entre os candidatos é proibido. A comunicação, se necessária, somente poderá ser estabelecida por intermédio dos fiscais.
- O tempo mínimo de permanência na sala é de duas horas e meia, após o início da prova.
- No tempo destinado a esta prova (4 horas), está incluído o de preenchimento da Folha de Respostas.
- No caso de questão com mais de uma alternativa correta, lance na Folha de Respostas o número correspondente a essa alternativa correta. No caso de questão com mais de uma alternativa correta, a resposta a ser lançada corresponde à soma dessas alternativas corretas. Em qualquer caso o candidato deve preencher sempre dois alvéolos: um na coluna das dezenas e um na coluna das unidades, conforme o exemplo (do segundo caso) ao lado: questão 47, resposta 09 (soma, no exemplo, das alternativas corretas, 01 e 08).
- Se desejar ter acesso ao seu desempenho, transcreva as respostas deste caderno no “Rascunho para Anotação das Respostas” (nesta folha, abaixo) e destaque-o na linha pontilhada, para recebê-lo hoje, ao término da prova, no horário das 13h15min às 13h30min, mediante apresentação do documento de identificação. Após esse período, não haverá devolução, ou seja, esse “Rascunho para Anotação das Respostas” não será devolvido.
- Ao término da prova, levante o braço e aguarde atendimento. Entregue ao fiscal este caderno, a Folha de Respostas e o Rascunho para Anotação das Respostas.
- A desobediência a qualquer uma das determinações dos fiscais poderá implicar a anulação da sua prova.
- São de responsabilidade única do candidato a leitura e a conferência de todas as informações contidas no Caderno de Questões e na Folha de Respostas.



Corte na linha pontilhada.

### RASCUNHO PARA ANOTAÇÃO DAS RESPOSTAS – PROVA 3 – INVERNO 2015

Nº DE ORDEM:

NOME:

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20



UEM – Comissão Central do Vestibular Unificado

## GABARITO 2

# MATEMÁTICA – Formulário

Geometria Plana, Espacial e Analítica	<p>Área do triângulo:</p> $A = \frac{bh}{2}$ <p>Área do retângulo:</p> $A = bh$ <p>Lei dos senos: <math>\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R</math></p> <p>Área do círculo <math>A = \pi r^2</math></p> <p>Volume da pirâmide: <math>V = \frac{1}{3} A \cdot h</math></p> <p>Volume da esfera: <math>V = \frac{4}{3} \pi R^3</math></p>
Funções	<p>Função quadrática</p> $x_v = \frac{-b}{2a}$ $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$
Progressões	<p>Progressão Aritmética (P. A.):</p> $a_n = a_1 + (n-1)r$ $S_n = (a_1 + a_n) \frac{n}{2}$ <p>Progressão Geométrica (P. G.):</p> $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ $S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

# MATEMÁTICA

## Questão 01

Em um consultório médico há na sala de espera 5 cadeiras dispostas lado a lado e 5 pessoas sentadas, sendo 3 homens e 2 mulheres. Com relação ao exposto, assinale o que for **correto**.

- 01) Existem 12 maneiras distintas para essas pessoas se sentarem de modo que dois homens não sentem lado a lado.
- 02) Existem no máximo 60 maneiras distintas para essas pessoas estarem sentadas nessas cadeiras.
- 04) Existem no máximo 48 maneiras distintas para essas pessoas estarem sentadas de modo que as mulheres estejam lado a lado.
- 08) Se somente as duas mulheres estivessem no consultório, existiriam no máximo 25 maneiras distintas de elas estarem sentadas nessas 5 cadeiras.
- 16) A probabilidade de um homem ser atendido primeiro é de 60%.

## Questão 02

Sobre as funções  $f$  e  $g$ , definidas por  $f(x) = 3^{-x}$  e  $g(x) = |x - x^2|$ , assinale o que for **correto**.

- 01)  $f(x) > 0$ , para todo  $x \in \mathbb{R}$ .
- 02)  $g\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{4}$ .
- 04)  $f$  é sobrejetora.
- 08)  $g(f(0)) = f(g(0))$ .
- 16) O gráfico da função  $g$  é uma parábola.

## Questão 03

Assinale o que for **correto**.

- 01)  $-\frac{3}{4} - \left(-2 + \frac{2}{3}\right) = \frac{7}{12}$ .
- 02)  $\log_3\left(\frac{20}{3}\right) = \log_3(20) - 1$ .
- 04)  $\sqrt{4 \cdot 7} = \sqrt{7} + \sqrt{7}$ .
- 08)  $\left(\frac{1}{5}\right)^2 < \left(\frac{1}{5}\right)^1$ .
- 16)  $\frac{18}{\left(\frac{6}{7}\right)} = \frac{3}{7}$ .

## Questão 04

Seja  $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$  uma função polinomial tal que  $f(-1) = 3$ ,  $f(0) = 1$ ,  $f(1) = 0$  e  $f(3) = 25$ . Sobre a função  $f$ , assinale o que for **correto**.

- 01)  $f(x) = (x-1)\left(x + \frac{1}{2}\right)(x+1)$ .
- 02)  $a_1 = -\frac{5}{2}$ .
- 04)  $a_0 = 1$ .
- 08)  $f(2) = 6$ .
- 16) As raízes de  $f$  são  $-1$ ,  $1$  e  $2$ .

**Questão 05**

João gastava mensalmente R\$ 150,00 com combustível,  $x$  reais com aluguel e R\$ 400,00 com alimentação. Ele sabe que o combustível e o aluguel tiveram um aumento de 12% e 6% respectivamente, e que ele gasta agora R\$ 432,00 mensais com alimentação e R\$ 48,00 a mais com o aluguel. O quadro abaixo ajuda a entender os gastos de João.

	Combustível	Aluguel	Alimentação
Preço antigo	R\$ 150,00	$x$	R\$ 400,00
Porcentagem do aumento	12%	6%	$E\%$
Aumento em Reais	$A$	R\$ 48,00	$F$
Novo Preço	$B$	$D$	R\$ 432,00

Com relação ao exposto, assinale o que for **correto**.

- 01) O preço antigo do aluguel era de R\$ 780,00.
- 02) O preço do combustível após o aumento é de R\$ 166,50.
- 04) Os alimentos tiveram um aumento de 108%.
- 08) O aluguel teve o menor aumento percentual, porém o maior aumento em reais.
- 16) Com esses aumentos, mensalmente João gastará aproximadamente 7% a mais para pagar essas despesas.

**Questão 06**

Sejam  $A$ ,  $B$  e  $C$  duas matrizes quadradas  $n \times n$ . Dizemos que  $A$  é semelhante a  $B$  se existe uma matriz  $n \times n$ , invertível  $P$  tal que  $A = P^{-1}BP$ . Sobre o exposto e os conceitos de matrizes e determinantes, assinale o que for **correto**.

- 01) Se  $A$  é semelhante a  $B$ , então  $\det(A) = \det(B)$ .
- 02) Se  $A$  é semelhante a  $B$  e  $B^2 = B$ , então  $A^2$  é semelhante a  $B^2$ .
- 04) Se  $A$  é semelhante a  $B$  e  $B$  é semelhante a  $C$ , então  $A$  é semelhante a  $C$ .
- 08)  $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$ , para qualquer  $A$  e  $B$ .
- 16) Se  $\det(A) = 0$ , então  $\det(AB) = 0$ , para qualquer  $B$ .

**Questão 07**

Em um concurso, a prova de conhecimentos específicos é dividida em duas: uma prova de Física com 15 questões e uma prova de Matemática com 20 questões, e a pontuação das provas é dada da seguinte maneira:

- Prova de Física: 6 pontos para cada questão correta e  $-3$  pontos para cada questão errada.
- Prova de Matemática: 8 pontos para cada questão correta e  $-5$  para cada questão errada.
- Não há notas parciais para nenhuma questão.
- A nota da prova específica é dada pela soma das notas obtidas nas provas de Física e de Matemática.

Sobre o exposto, assinale o que for **correto**.

- 01) Se o candidato acertou  $1/3$  da prova de Física, então a pontuação obtida por ele na prova de Física foi zero.
- 02) A nota máxima que um candidato pode obter na prova específica é de 280 pontos.
- 04) Se a pontuação que o candidato obteve na prova de Matemática foi de 43 pontos, então ele errou mais questões na prova de Matemática do que acertou.
- 08) É impossível o candidato ter nota zero na prova de Matemática.
- 16) Se o candidato acertou 50% das questões de Matemática, então ele obteve 50% da pontuação máxima da prova de Matemática.

**Questão 08**

Um atleta está se preparando para a maratona das Olimpíadas do Rio de Janeiro em 2016. Para isso, ele estabelece a seguinte rotina de treino: irá correr todos os dias 280 m a mais do que correu no treino do dia anterior. Sabe-se que no 4º dia ele correu 2.240 m. Com relação ao exposto, assinale o que for **correto**.

- 01) A soma das distâncias percorridas pelo maratonista no 2º e no 4º dias de treino é igual à soma das distâncias percorridas no 1º e no 5º dias de treino.
- 02) A rotina de treino do maratonista é uma progressão geométrica com razão 280.
- 04) No centésimo dia de treino o maratonista correu 29.120 m.
- 08) Na primeira semana de treino o maratonista correu 15.680 m.
- 16) No 1º dia de treino o maratonista correu 1.120 m.

**Questão 09**

Um quiosque na praia vende sucos e vitaminas de açaí; ambos são preparados misturando-se água e um concentrado de açaí. O suco é preparado obedecendo à proporção 1 de concentrado de açaí para 3 de água, enquanto a vitamina é feita colocando-se 3 de concentrado de açaí para 2 de água. Assinale o que for **correto**.

- 01) 200 mL de suco contém 75% de água.  
 02) Um copo de 500 mL de suco contém 350 mL de água e 150 mL de concentrado de açaí.  
 04) Se adicionarmos em 1 litro de suco 2.150 mL de concentrado de açaí e 850 mL de água, teremos 4 litros de vitamina.  
 08) Uma jarra que contém  $\frac{2}{3}$  de água e  $\frac{1}{3}$  de concentrado de açaí é uma jarra de suco.  
 16) Se misturarmos 1 litro de suco com 2 litros de vitamina, teremos uma nova bebida, que contém mais concentrado de açaí do que água.

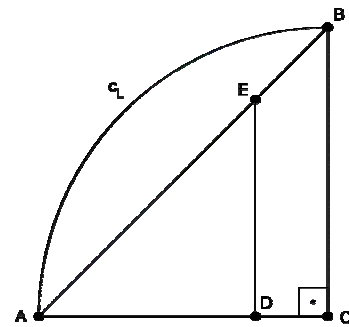
**Questão 10**

Sobre os números complexos, assinale o que for **correto**.

- 01)  $x^2 - 2x + 5 = 0$  possui uma raiz real e uma raiz complexa.  
 02)  $(a + bi)^2 = a^2 + 2abi + b^2$ .  
 04)  $|-2 + 4i| = 2\sqrt{5}$ .  
 08)  $i^{2015} = -i$ .  
 16)  $\left(-\frac{2}{7} + \frac{4}{3}i\right) - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}i\right) = -\frac{29}{28} + \frac{11}{6}i$ .

**Questão 11**

Na figura abaixo  $\overline{AC} = 2$ ,  $\overline{CB} = 2$ ,  $\overline{AD} = 1,5$ ,  $c_L$  é um arco de circunferência com centro em  $C$  e  $\overline{ED}$  é paralelo a  $\overline{CB}$ . Com base nessas informações, assinale o que for **correto**.



- 01) O comprimento de arco  $c_L$  tem medida igual a  $\pi$ .  
 02) A área hachurada é  $\pi - 2$ .  
 04) A área do trapézio  $DCBE$  é igual a 1.  
 08)  $\overline{EB} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .  
 16)  $\overline{ED} = 1,7$ .

**Questão 12**

Sobre as retas  $r: y = -x - 1$ ,  $s: -x + y = 3$  e  $t: 2x + 1 = 0$ , assinale o que for **correto**.

- 01) As retas  $r$  e  $s$  são paralelas.  
 02) O ângulo formado entre as retas  $s$  e  $t$  é  $45^\circ$ .  
 04) A reta  $t$  intercepta a reta  $r$  no ponto  $(-\frac{3}{2}, -2)$ .  
 08) A reta  $t$  contém o ponto  $(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3})$ .  
 16) A distância entre a reta  $t$  e o eixo  $y$  é  $\frac{1}{2}$ .

**Questão 13**

Para colocar  $23.100 \text{ m}^2$  de piso em um prédio, o gerente de uma empreiteira com 3 funcionários afirmou que o trabalho acabaria em 30 dias. Sabendo-se que trabalhando 8 horas por dia esses 3 funcionários colocam  $210 \text{ m}^2$  de piso em 2 dias e que todos os trabalhadores têm a mesma eficiência de trabalho, é **correto** afirmar que:

- 01) Em 5 dias serão colocados  $630 \text{ m}^2$  de piso.
- 02) Mesmo trabalhando 24 horas por dia, a empreiteira não cumprirá o prazo sem ter que contratar mais funcionários.
- 04) Cada trabalhador coloca  $\frac{35}{4} \text{ m}^2$  de piso por hora.
- 08) Se dobrarmos o número de funcionários e diminuirmos em 25% o número de horas trabalhadas por dia, serão colocados  $315 \text{ m}^2$  em 2 dias.
- 16) Para cumprir com o prazo sem ter que alterar a carga horária dos funcionários, a empreiteira deverá contratar no mínimo mais 19 funcionários.

**Questão 14**

Considere uma pirâmide cuja base é um quadrado de lado 2 cm e cuja altura é 4 cm. Sobre ela, assinale o que for **correto**.

- 01) O comprimento da maior aresta é igual a 4 cm.
- 02) Qualquer plano perpendicular à altura da pirâmide é paralelo à base da pirâmide.
- 04) A pirâmide tem 5 faces, 8 vértices e 8 arestas.
- 08) O volume da pirâmide é  $4 \text{ cm}^3$ .
- 16) É possível que uma das faces tenha área maior do que  $40 \text{ cm}^2$ .

**Questão 15**

Um matemático e dono de uma lanchonete de coxinhas lança a seguinte promoção para testar os conhecimentos matemáticos de seus clientes: “compre  $x$  coxinhas e ganhe  $\frac{x}{2}\%$  de desconto”. Considerando que o preço normal de cada coxinha é R\$ 0,20 centavos e que a quantidade máxima permitida por pedido na promoção é de 150 coxinhas, assinale o que for **correto**.

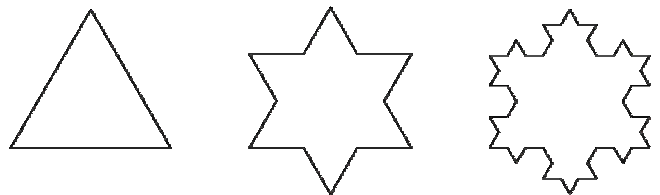
- 01) Um pedido de 100 coxinhas na promoção custará R\$ 10,00.
- 02) Um pedido de 120 coxinhas na promoção terá um desconto de R\$ 12,00.
- 04) O preço de um pedido de  $x$  coxinhas na promoção, com  $0 \leq x \leq 150$ , é dado pela função

$$p(x) = \frac{x(200 - x)}{1000}.$$

- 08) O valor pago por 150 coxinhas na promoção é menor do que o valor pago por 50 coxinhas fora da promoção.
- 16) O preço unitário da coxinha diminui conforme se aumenta a quantidade de coxinhas no pedido.

**Questão 16**

Um fractal é construído com uma sequência infinita de etapas da seguinte forma: começa-se com um triângulo equilátero de lado 1 cm e, a cada etapa, constrói-se um novo triângulo equilátero sobre o terço médio de cada aresta do polígono da etapa anterior. Em seguida retiram-se esses terços médios. A sequência abaixo mostra as três primeiras etapas dessa construção.



Sobre essa construção, assinale o que for **correto**.

- 01) O perímetro dos polígonos cresce em progressão geométrica.
- 02) A cada etapa, o número de lados do polígono triplica.
- 04) A cada etapa, a área do polígono duplica.
- 08) A área do polígono da terceira etapa é  $\frac{4\sqrt{3}}{9} \text{ cm}^2$ .
- 16) O perímetro do polígono da terceira etapa é  $\frac{16}{9} \text{ cm}$ .

**Questão 17**

Considerando a tabela abaixo (com os valores do seno e do cosseno de alguns ângulos  $x$  medidos em radianos), as identidades trigonométricas dadas pelas fórmulas apresentadas abaixo, e os conhecimentos de trigonometria, assinale o que for **correto**.

Tabela com senos e cossenos			
$x$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$\cos x$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\sin x$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

**Identidades trigonométricas**

- $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
- $\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$
- $\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$

01)  $\cos 2x = \frac{\cos^2(x) - 1}{2}$ .

02)  $\sin\left(\frac{\pi}{5}\right) < \frac{1}{2}$ .

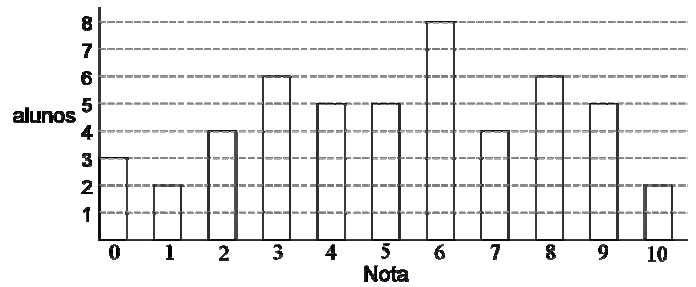
04)  $\cos(x + \pi) + \cos x = 0$ , para qualquer  $x \in \mathbb{R}$ .

08)  $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - \cos x = 0$ , para qualquer  $x \in \mathbb{R}$ .

16)  $\sin(3x) = (4\cos^2(x) - 1) \cdot \sin(x)$ .

**Questão 18**

A distribuição de notas na prova de matemática em uma turma de alunos da Escola Pitagórica é dada pelo histograma abaixo.



No eixo das abscissas, é mostrada a nota na prova (0 a 10) e no das ordenadas, a quantidade de alunos que tirou aquela nota. É possível ver, por exemplo, que 3 alunos tiraram nota 0. Considerando essa turma e a distribuição das notas dada no histograma, assinale o que for **correto**.

- 01) A turma tem 36 alunos.
- 02) Metade dos alunos tiraram uma nota menor do que 6.
- 04) A média das notas foi igual a 6.
- 08) A quantidade de alunos que tiraram notas 4 e 5 é a mesma dos que tiraram 8 e 2.
- 16) A soma das cinco maiores notas é 40.

**Questão 19**

Para Marcelo, um investidor, o dinheiro vale 10% ao mês. Isso significa que ele consegue investir o dinheiro que tem e obter, após um mês, 10% a mais do que investiu. Considerando que Marcelo sempre investe o dinheiro que não gasta, assinale o que for **correto**.

- 01) Se investir uma quantia por dois meses consecutivos, ao final dos dois meses Marcelo terá 20% a mais do que investiu.
- 02) Se deixar uma quantia de R\$ 400,00 aplicada por três meses consecutivos, Marcelo terá um acréscimo de  $400 \cdot (1,1^3 - 1)$  reais na sua aplicação.
- 04) Para Marcelo é vantajoso pagar um produto com R\$ 100,00 à vista do que em duas parcelas de R\$ 52,00 com a primeira no ato da compra.
- 08) Para Marcelo, é vantajoso pagar um produto com R\$ 100,00 à vista do que em 3 parcelas de R\$ 40,00 com a primeira um mês após a compra.
- 16) Se Marcelo aplicar R\$ 100,00 no início de cada mês durante um ano, e não realizar resgates, então ao final de 12 meses ele terá  $1100 \cdot (1,1^{12} - 1)$  reais.

**Questão 20**

Considere a circunferência de centro  $(0,0)$  e raio 1 dada pela equação  $x^2 + y^2 = 1$ , e a parábola com vértice em  $(0,-1)$  e equação  $y = ax^2 - 1$ , onde  $a$  é um número real diferente de zero. Sobre essa situação, assinale o que for **correto**.

- 01) Se  $a < 0$ , então a interseção da circunferência com a parábola é apenas o ponto  $(0,-1)$ .
- 02) Para qualquer  $a > 0$  existem três pontos de interseção da circunferência com a parábola.
- 04) Se  $a = \frac{1}{2}$ , então a circunferência e a parábola são tangentes.
- 08) Se  $a = 1$ , então a circunferência e a parábola são tangentes.
- 16) Se  $a = 2$ , então a circunferência e a parábola são tangentes.